

BINDIMENSIONALE MODELLIERUNG VON WICKELKONDENSATOREN

Dipl. Math. H.-U. Döring,
 VEB Elektronische Bauelemente Teltow
 Doz. Dr. sc. H.-D. Langer,
 TH Karl-Marx-Stadt, Sektion Physik/ Elektronische Bauelemente
 Dipl. Ing. D. Assmus,
 Dipl. Ing. D. Bootz,
 VEB Elektronik Gera, BT Prenzlau

1. Einführung

Die Untersuchungen in /1/ und in der dort verzeichneten Literatur zeigen, daß die frequenzabhängigen elektrischen Eigenschaften von Kondensatoren und speziell von Foliewickelkondensatoren mit dem Konzept der verteilten resistiven, kapazitiven und induktiven Parameter bzw. dem Kontinuumsmodell qualitativ richtig widerspiegelt werden. Eine systematische Behandlung der Art und Weise der Kontaktierung und deren Einfluß auf die Kondensatoreigenschaften erfolgte bis jetzt noch nicht.

Foliewickelkondensatoren können u.a. nach der Art der Kontaktierung eingeteilt werden. Zum einen erfolgt sie mittels mehrerer Stromzuführungen, die in Folienlängsrichtung angebracht sind, Abb. 1a. Zum anderen werden gegeneinander versetzt gewickelte Folien an den Stirnseiten kontaktiert, Abb. 1b. Hierbei ergeben sich für beide Varianten unterschiedliche Stromverteilungen im Bauelement, im ersten Fall in Folienlängsrichtung, im zweiten in Richtung der Wickelachse. Diese Tatsachen haben bei der mathematischen Formulierung des Problems Einfluß auf die zu behandelnde Differentialgleichung und auf deren Randbedingungen.

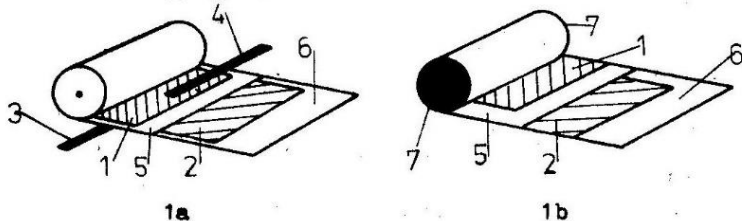


Abb. 1: Wickelkondensator mit in Folienlängsrichtung angebrachten Kontakten (1a), mit Stirnflächenkontakt (1b)
 1,2 Metall-, bzw. metallisierte Folien; 3,4 Stromzuführungen; 5,6 Dielektrikum; 7 Stirnflächenkontakt.

2. Kontaktierung mittels Anschlußstreifen

Der Wickelkondensator wird in diesem Fall als Parallelbandleitung mit verteilten, resistiven, kapazitiven und induktiven Parametern aufgefaßt. Das Aufrollen der parallelen Bandleitung zum Wickel hat die folgenden Effekte:

- Verdoppelung der Kapazität, da die Folien zweifach ausgenutzt werden,
- Halbierung der Induktivität der Bandleitung.

Die elektrischen Eigenschaften der Anschlüsse (Widerstand, Induktivität usw.) werden nicht berücksichtigt, können aber mittels lokalisierter Betrachtungsweise eingearbeitet werden. Eine genaue Berechnung des Einflusses der Kontaktierung auf die Bauelementefunktion erfordert zumindest eine zweidimensionale Modellierung. Um jedoch qualitative Aussagen zu treffen, genügt eine eindimensionale Betrachtungsweise. Ausgangspunkt ist die Ersatzschaltung des Wickelkondensators in Abb. 2 und die daraus abgeleiteten Differentialgleichungen in der Form

$$\frac{d u(x)}{dx} = -(R_f' + j\omega L') i(x), \quad (1)$$

$$\frac{d i(x)}{dx} = -j\omega \hat{C}' u(x), \quad (2)$$

vgl. dazu /2/, /3/ und /4/.

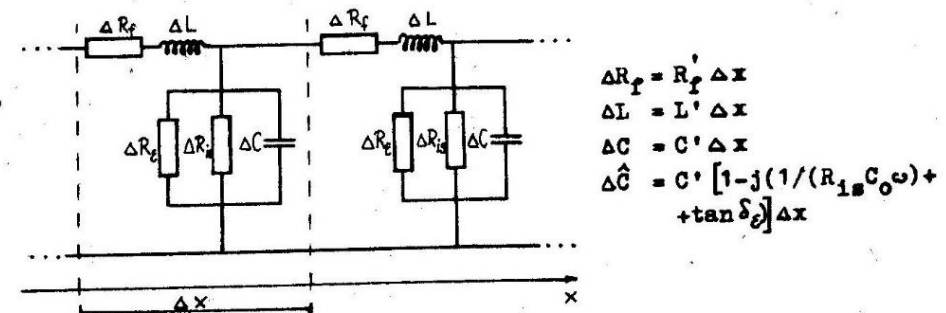


Abb. 2: Eindimensionale Ersatzschaltung eines Wickelkondensators mit verteilten Parametern (Erklärung der angeführten Größen im Text).

Dabei bedeuten

- $u(x)$ - komplexes Potential der Kondensatorstruktur,
- $i(x)$ - komplexer Strom,
- \hat{C}' - komplexe Kapazitätsdichte,
- R_f' - Widerstand der Katoden- und Anodenfolie pro Längeneinheit durch Reihenschaltung beider Folien,
- L' - Induktivität des Kondensators pro Längeneinheit,
- ω - Kreisfrequenz,
- x - Ortskoordinate,
- l - Länge des entrollten Wickels,
- $j = \sqrt{-1}$ - imaginäre Einheit.

Für den als Bandleitung betrachteten Kondensatorwickel ergibt sich

$$\hat{C}' = C' (1 - j(1/(R_{is} C_o \omega) + \tan \delta_c)) , \quad (3)$$

$$R_f' = R_f/l = 2 \rho_f / (d_f b) , \quad (4)$$

$$C' = C_o/l = 2 \epsilon \epsilon_o b/d , \quad (5)$$

und für L' /5/

$$L' = L/l = \frac{\mu_o}{2} \left(\frac{d}{b} + \frac{2}{\sqrt{2\omega \mu_o b \alpha}} \right) , \quad (6)$$

mit

- R_{is} - Isolationswiderstand des Dielektrikums,
- C_o - Kapazität des Wickels bei niedrigen Frequenzen ,
- $\tan \delta_c$ - Verlustfaktor des Dielektrikums,
- ρ_f - spezifischer elektrischer Widerstand des Folienmaterials,
- d_f - Dicke der Elektroden,
- b - Breite der Elektroden,
- d - Dicke des Dielektrikums,
- ϵ_o - Influenzkonstante ($8,8542 \cdot 10^{-12} \text{As}/(\text{Vm})$) ,
- μ_o - Permeabilitätskonstante ($1,2566 \cdot 10^{-6} \text{H/m}$) ,
- $\alpha = 1/\rho_f$ - Leitfähigkeit des Elektrodenmaterials.

Es wurde hier vorausgesetzt, daß die Anoden- und Katodenfolie in den Abmessungen und den elektrischen Werten übereinstimmen. Ist das nicht der Fall, wie z.B. bei Elektrolytkondensatoren mit aufgerauten (geätzten) Folien und einer Oxidschicht als Dielektrikum, so sind R_f' , C' und L' entsprechend zu modifizieren (Berücksichtigung des Elektrolytwiderstandes, des Aufrauhfaktors, usw.) /6/, /7/.

Im folgenden werden unterschiedliche Kontaktierungsarten und deren Einfluß auf die Eingangsimpedanz Z von Wickelkondensatoren mit Glattfolie untersucht. Diese sind in Tab. 1 charakterisiert und symbolisch dargestellt.

Variante	Symbol	Charakteristik
1		Kontaktierung der Folien jeweils am Anfang bei offenem Ende
2		Kontaktierung jeweils am Folienanfang und -ende
3		Kontaktierung der Folien jeweils in der Mitte bei offenen Enden
4		N Kontaktierungen mit den Abständen l_1, \dots, l_{N-1} und l_0 bzw. l_N von den Folienenden entfernt
5		Kontaktierung der Anodenfolie am Anfang und der Katodenfolie am Ende (versetzte Kontaktierung)

Tab. 1: Kontaktierungsarten von Wickelkondensatoren mittels Anschlußstreifen

In den Varianten 1 bis 4 befinden sich die Anschlußstellen sowohl der Anoden- als auch der Katodenfolie im gleichen Punkt der Ebene des Bandleitungspaares. Bei der versetzten Kontaktierung fließt der Strom I in die Katodenfolie auf der einen Seite hinein und verläßt die Anodenfolie wieder auf der anderen Seite.

Bei der Berechnung der Eingangsimpedanz Z der Kontaktierungsvarianten 1 - 4 in Tab. 1 wird von den Differentialgleichungen (1) und (2) für Strom und Potential ausgegangen.

Wird die Gleichung (1) nach x differenziert und in (2) einge-

setzt, so ergibt sich für das Potential u :

$$\frac{d^2 u(x)}{dx^2} = k^2 u(x), \quad (7)$$

$$\text{mit } k^2 = (R_f' + j\omega L') j\omega \hat{C}'. \quad (8)$$

Die Art der Kontaktierung geht nun in die Randbedingungen für das Potential u ein. Sie lautet für Wickelkondensatoren mit Stromzuführungen nur an den Folienanfängen (Tab. 1, Variante 1

$$u(0) = U_0 = \text{const.}, \quad (9)$$

$$\left. \frac{d u(x)}{dx} \right|_{x=l} = 0. \quad (10)$$

U_0 ist die Amplitude einer sinusförmigen Eingangsspannung. Die Bedingung (10) besagt, daß der Strom $i(x)$ am Folienende ($x=l$) verschwinden muß. Das Randwertproblem (7) - (10) läßt sich analytisch lösen und man erhält für die komplexe Eingangsimpedanz Z , die definiert ist als Quotient von Eingangsspannung U_0 und dem durch den Kondensator fließendem Gesamtstrom I , /8/

$$Z = \frac{k_1}{k_2} \coth(k_1 k_2 l), \quad (11)$$

$$k_1^2 = R_f' + j\omega L', \quad (12)$$

$$k_2^2 = j\omega \hat{C}'. \quad (13)$$

Für die Kontaktierungsvariante 2 lautet die Randbedingung

$$u(0) = U_0, \quad (14)$$

$$u(l) = U_0.$$

Die Eingangsimpedanz lautet nun

$$Z = \frac{1}{2} \frac{k_1}{k_2} \coth(k_1 k_2 \frac{l}{2}). \quad (15)$$

Bei Stromzuführungen jeweils in der Folienmitte ergibt sich Z aus der Parallelschaltung zweier Kondensatoren der Länge $l/2$ mit Kontaktierung am Folienanfang. Wie die Berechnung zeigt, gilt für Z in diesem Fall ebenso die Gleichung (15).

Die Ergebnisse lassen sich verallgemeinern für N Kontaktierungen mit den gegenseitigen Abständen l_1, \dots, l_{N-1} und l_0 bzw. l_N von den Folienenden entfernt (Tab. 1, Variante 4). Es ist

$$Z = \frac{1}{2} \frac{k_1}{k_2} \frac{1}{\sum_{n=1}^{N-1} \tanh(k_1 k_2 \frac{l_n}{2}) + \frac{1}{2} [\tanh(k_1 k_2 l_0) + \tanh(k_1 k_2 l_N)]} \quad (16)$$

wobei die Anoden- und Katodenstromzuführungen übereinander liegen. Der Fall mit Endkontaktierungen ergibt sich aus (16) für $l_0 = l_N = 0$.

Bei der Behandlung der sog. versetzten Kontaktierung lassen sich die Differentialgleichungen (1) und (2) nicht direkt anwenden, da es schwer ist, Randbedingungen für das Potential $u(x)$ bzw. den Strom $i(x)$ zu formulieren. Daher werden Ströme $i_1(x)$ in der Anodenfolie und $i_2(x)$ in der Katodenfolie betrachtet.

Wie aus Abb. 3 hervorgeht, ist $i_1 = I$ am linken Rand der Anodenfolie, verschwindet dann am Folienende, während i_2 Null ist am Anfang der Katodenfolie und bis auf I wächst, am Folienende.

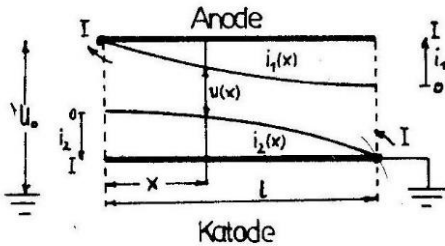


Abb. 3: Modell der versetzten Kontaktierung

Nach /9/ gilt

$$\frac{d u(x)}{dx} + R_1' i_1(x) - R_2' i_2(x) = 0, \quad (17)$$

$$\frac{d i_1(x)}{dx} + j\omega \hat{C}' u(x) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{d i_2(x)}{dx} - j\omega \hat{C}' u(x) = 0, \quad (19)$$

$$i_1(x) + i_2(x) = I, \quad (20)$$

wobei hier der Einfachheit halber induktive Komponenten vernachlässigt wurden. R_1' und R_2' sind die Widerstände pro Längeneinheit der Anoden- bzw. Katodenfolie. Die Eingangsspannung U_0 ist nun die Summe aus $u(0)$ und dem Potentialabfall entlang der Katodenfolie, also

$$U_0 = u(0) + \int_0^l R_2' i_2(x) dx. \quad (21)$$

Die Eingangsimpedanz kann auch hier durch Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen (17) - (19) mit den entsprechenden Randbedingungen für die Ströme und Berechnung von U_0 mittels (21) in geschlossener Form angegeben werden:

$$Z = \frac{U_0}{I} = \frac{1}{k} \frac{R_1'^2 + R_2'^2}{R_1' + R_2'} \tanh \frac{kl}{2} + \frac{R_1' + R_2'}{\sinh kl} + \frac{l R_1' R_2'}{R_1' + R_2'}. \quad (22)$$

Wird nun für die behandelten Kontaktierungsvarianten 1 - 5 für die jeweilige komplexe Impedanz Z eine Serienschaltung von Kapazität C_S , Widerstand R_S und Induktivität L_S zu Grunde gelegt, so können diese Größen durch Trennung von Z in Real- und Imaginärteil leicht angegeben werden. Es soll jedoch an dieser Stelle darauf verzichtet werden.

3. Stirnflächenkontaktierung

Der Wickelkondensator mit Stirnflächenkontaktierung wird als Kontinuum mit der äquivalenten effektiven spezifischen Leitfähigkeit aufgefaßt. Nach /10/ gilt:

$$\kappa = \frac{w \epsilon \epsilon_0 b^2}{1,32d (d+d_f) (1 + \frac{2x}{b})}. \quad (23)$$

Hierbei sind

- d Dicke des Dielektrikums zwischen den Metallfolien
- d_f Dicke der Metallfolie
- b Höhe des Wickels
- ϵ_0 Influenzkonstante
- ϵ relative Dielektrizitätskonstante
- χ Überlappungsrand

Die Lösung der MAXWELLSchen Gleichungen für den zylindrischen Wickelkondensator kann für den eindimensionalen Fall (r - Abhängigkeit) angegeben werden zu:

$$E = A J_0(\nu r) + B N_0(\nu r) , \quad (24)$$

$$H = \frac{1}{j\omega u} \left[A \nu J_0'(\nu r) + B \nu N_0'(\nu r) \right] , \quad (25)$$

mit

E komplexe elektrische Feldstärke ,

H komplexe magnetische Feldstärke ,

J_0, N_0 Besselfunktionen 1. bzw. 2. Art ,

r Radius ,

$$\nu = \sqrt{\omega / u \epsilon} ,$$

vgl. hierzu auch die Ausführungen in /8/.

Die Konstanten A und B werden aus der Randbedingung

$$H_{r=R_i} = 0 , \quad (26)$$

$$H_{r=R_a} = \frac{I}{2\pi R_a} \quad (27)$$

bestimmt (R_i, R_a - Innen- und Außenradius des Wickels).

Die Größen R, L, C, der äquivalenten Serienschaltung kann man unter Benutzung von $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ und $u = u' - j u''$ aus den Beziehungen für die Energie des elektromagnetischen Feldes erhalten.

So gilt z.B. für die Induktivität L:

$$L = \frac{1}{I^2} \int_V u_0 / u' H^2 dV \quad (28)$$

und für die Kapazität C:

$$C = \frac{1}{U_C^2} \int_V \epsilon_0 \epsilon' E^2 dV , \quad U_C = \frac{U^2}{\omega^2 C Z^2} \quad (29)$$

Eine detaillierte Berechnung dieser Größen ist in /10/ und /11/ zu finden, weshalb hier darauf nicht näher eingegangen wird.

4. Zusammenfassung

Mit dem Konzept der verteilten resistiven, kapazitiven und induktiven Parameter läßt sich die Bauelementefunktion von Wickelkondensatoren mit in Folienlängsrichtung angebrachten Stromzuführungen mathematisch beschreiben. Dabei können sich die Kontaktierungsstellen von Anoden- und Katodenfolie durch-

aus an beliebigen Punkten der Folien befinden. Gleichfalls sind mittels der Kontinuumstheorie die typischen Serienschaltungsgrößen, wie $C_S, R_S, L_S, \tan \delta_S$, von Wickelkondensatoren mit Stirnflächenkontaktierung darstellbar. Ein detaillierter qualitativer und quantitativer Vergleich der Kontaktierungsvarianten soll jedoch Gegenstand eines späteren Beitrages sein.

Literatur

- /1/ H.-D. Langer, H.-U. Döring, Berichtsband zur 3. Fachtagung "Kondensatoren - in Forschung und Praxis", Karl-Marx-Stadt 1985, S.93-99
- /2/ L. Linder, J. Schniedermann, Elektrotech. Z. 60(27)1939, 793
- /3/ M.S.P. Lukas, Microelectronics and Reliab. 6, 1967, S.269
- /4/ H.-D. Langer, Dissertation B, TH Karl-Marx-Stadt 1978
- /5/ P.L. Kalantarov, L.A. Zeitlin, Rasc'et Induktivnostej, Energija, Leningrad 1970
- /6/ R.M. Peekema, J.P. Beesley, Electrochem. Technol. 6(5-6) 1968, S.166-172
- /7/ T. Yamamoto, Y. Yamamoto, H. Nishida, K. Yasuhara, Memoirs of the School of Engineering Okayama University, 12, Feb. 1978, S.29-36
- /8/ H.-D. Langer, Festkörperelektrolytkondensatoren, Akademie-Verlag, Berlin 1982
- /9/ N. Coda, J. Selvaggi, IEEE Transactions PHP 12(3)1976, S.206-212
- /10/ I.I. Kremenezki, et al. Elektricit'stvo (8)1972, S.73-76
- /11/ I.I. Kremenezki, et al. Elektricit'stvo (11)1973, S.50-54