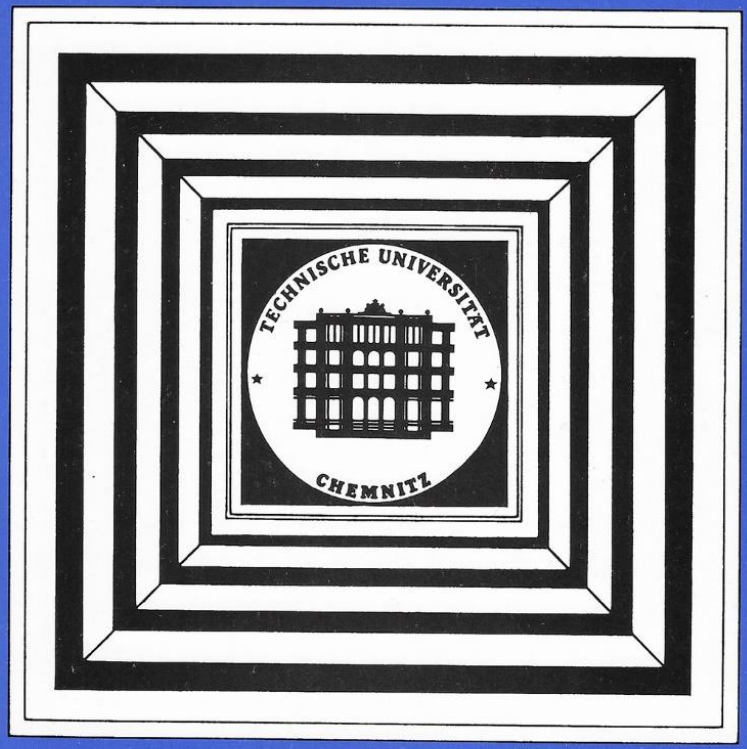
WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT



Wissenschaftliche Zeitschrift
der Technischen Universität
Chemnitz

ISSN 0863-0615 33. Jahrgang 5/1991

WISSENSCHAFTLICHE ZEITSCHRIFT DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT CHEMNITZ

JG. XXXIII · 1991 · Heft 5

HERAUSGEBER:
DER REKTOR DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT CHEMNITZ
GÜNTHER HECHT

REDAKTIONSKOLLEGIUM:
ROLAND BILZ · JOACHIM EPPERLEIN · RICHARD LENK · HANS LIPPMANN · EBERHARD LÖSER · GERNOT MEYER · DIETMAR MÜLLER · CHRISTIAN POSTHOFF · WILLY SCHUSTER · BERND SILBERMANN · DIETRICH THESS · SIEGFRIED WIRTH

REDAKTION:
CHRISTINE HÄCKEL, Chefredakteur

Redaktionsschluß: 13. 5. 1991

Anschrift der Redaktion: Technische Universität Chemnitz, Redaktion Wiss. Zeitschrift, Straße der Nationen 62, PSF 964, O-9010 Chemnitz, Telefon: 66 85 36/424, Telefax: 66 86 46

Die Verlagsrechte der veröffentlichten Beiträge liegen bei der Technischen Universität Chemnitz – Nachdruck bedarf der Genehmigung der Redaktion – Zitieren oder auszugsweiser Nachdruck mit Quellenangabe ist gestattet.

Bezugsbedingungen: Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich. Der Jahresbezugspreis beträgt 180,00 DM zuzüglich Versandkosten. Preis des Einzelheftes 30,00 DM. Die Abonnementrechnung wird für den gesamten Jahrgang per Jahresende gestellt. Die Kündigung eines Abonnements kann nur zum Jahresende erfolgen und muß drei Monate im voraus der Redaktion vorliegen.

Umschlaggestaltung: Günter Bernitz

Gesamtherstellung: PowerPrint • Druck + Werbung • Schenck + Hoppe • Karl-Marx-Straße 3 • O-7144 Schkeuditz

Geometrieoptimierung von porösen Anoden von Festelektrolytkondensatoren

Hans-Dieter Langer/Hans-Ulrich Döring

Es konnte in /1/, /2/ erstmals gezeigt werden, daß die dreidimensionale kontinuumstheoretische Behandlung der Bauelementefunktion von Elektrolytkondensatoren eine volle Einbeziehung der äußeren Geometrie (Form) der porösen Anode ermöglicht.
Im Hinblick auf eine weitere Funktionsverbesserung und Erhöhung des Materialausnutzungsgrades sollte eine Bewertung der Aussagen theoretischer Untersuchungen aus geometrischer Sicht Anhaltspunkte liefern.
Nun ist die Form, z. B. zylindrische oder quaderförmige Anode, nicht der einzige und sicher auch nicht entscheidende Aspekt, vielmehr interessieren auch die geometrischen Verhältnisse der Kontaktierung und vor allem die Porenstruktur.
Im vorliegenden Beitrag soll aber gerade der Einfluß von Form und Kontaktgeometrie auf das Frequenzverhalten des Kondensators untersucht werden.

Tantal-Kondensator, Geometrieoptimierung, 3D-Kontinuumstheorie, Kleinsignalverhalten
tantalum capacitor, geometry optimization, three-dimensional continuum theory, small-signal behaviour
condensateur au tantale, optimisation géométrique, théorie du continu tridimensionnelle, comportement aux signaux faibles
Танталовый конденсатор, геометрическое оптимирование, 3D-континуальная теория, характеристика слабых сигналов

1. Ergebnisse der 3D-Modellierung des Kleinsignalverhaltens

Für die Fälle zylindrischer und quaderförmiger Anoden konnten analytische Ausdrücke für die Frequenzabhängigkeit der komplexen Eingangsimpedanz gefunden werden. Im einzelnen lauten Differentialgleichung, Randbedingungen und Eingangsimpedanz wie folgt:

a) Zylinderförmige Anode

Die lineare Differentialgleichung in Zylinderkoordinaten für das Potential U

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=j\omega\rho cU \tag{1}$$

in

$$G=\{(r,z): 0\le r\le R,\ 0\le z\le H\} \tag{2}$$

mit der Bedingung

$$U=U_o=const. \tag{3}$$

auf dem Rand ∂G, der der Mantel-, Grund- und Deckfläche entspricht, liefert die Eingangsimpedanz

$$Z=\frac{\rho}{8Rk^2}\frac{1}{\pi R\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{tanh(\beta_\lambda H/2)}{\alpha_\lambda^2\beta_\lambda}+\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{2J_1(\alpha_\beta R)}{(2\lambda-1)\alpha_\beta J_o(\alpha_\beta R)}} \tag{4}$$

wobei

$$k^2=j\omega\rho c, \tag{5}$$

$$\alpha_\beta=(-\beta^2-k^2)^{1/2}, \tag{6}$$

$$\beta=\frac{2\lambda-1}{H}\pi,$$

$$\beta_\lambda=\left[\left[\frac{\alpha_\lambda}{R}\right]^2+k^2\right]^{1/2} \tag{7, 8}$$

und α_λ die positiven Nullstellen der Besselfunktion $J_o(x)$ in geordneter Reihenfolge bedeuten.

b) Quaderförmige Anode

Die in

$$G=\{(x,y,z): 0\le x\le a,\ 0\le y\le b,\ 0\le z\le c\} \tag{9}$$

geltende Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=j\omega\rho cU \tag{10}$$

liefert in der gleichen Randbedingung wie (3), wobei ∂G die äußeren Begrenzungsflächen des Quaders beinhaltet, die Eingangsimpedanz

$$Z=\frac{\rho\pi^4}{128k^2}\frac{1}{\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{Q(a,b,c)+Q(b,c,a)+Q(a,c,b)}{(2n+1)^2(2m+1)^2}} \tag{11}$$

mit

$$k^2=j\omega\rho c, \tag{12}$$

$$Q(u,v,w)=\frac{uv}{q(u,v)}tanh\ (q(u,v)w), \tag{13}$$

$$q(u,v)=\frac{1}{2}\left[\left[\frac{(2n+1)\pi}{u}\right]^2+\left[\frac{(2m+1)\pi}{v}\right]^2+k^2\right]^{1/2}, \tag{14}$$

wobei $u,v,w=a,b,c$ bedeuten.

Der Parameter k^2 enthält mit ρ den effektiven spezifischen Widerstand und mit c die im allgemeinen komplexe Kapazitätsdichte der Kondensatorstruktur sowie die Kreisfrequenz ω. Des weiteren ist in Gleichung (3) U_o die Amplitude einer sinusförmigen Eingangsspannung.

Die aus der Eingangsimpedanz abgeleiteten Beziehungen

$$R_s=Re\ Z,$$

$$C_s=\frac{1}{\omega\ Im\ Z},$$

$$tan\ \delta_s=\frac{Re\ Z}{Im\ Z}=\omega R_s C_s \tag{15}$$

repräsentieren die Bauelementefunktion im Frequenzbereich für den auf die einfache Serienersatzschaltung zurückgeführten Kondensator. Sie wurden für den zylindersymmetrischen Fall in /2/ diskutiert, wobei R und H als Parameter eingingen. Wesentlich ist in /1/, /2/ und /3/ der nachgewiesene Zusammenhang zwischen der kritischen Kreisfrequenz ω_{krit} und den Parametern ρ, c, R und H.

Wegen der Kompliziertheit der mathematischen Ausdrücke (4), (11) und (15) ist eine explizite Angabe von ω_{krit} nicht möglich. Zum besseren Verständnis sei festgehalten, daß diese den Plateaubereich (bei niedrigen Frequenzen) vom Bereich mit abfallender Charakteristik der Serienkapazität (hohe Frequenzen) trennt.
Aus Näherungsbetrachtungen wurde in /1/ unter der Voraussetzung $H>R$ z. B. die einfache Beziehung

$$\omega_{krit} = \frac{\pi^2}{H^2 \rho c} \tag{16}$$

abgeleitet. Bis auf geringfügige Unterschiede im Zahlenfaktor ist im Fall $R>H$ in (16) H durch R zu ersetzen. Aus (16) läßt sich z. B. ablesen, daß ω_{krit} umso größer ist, je kleiner die Kondensatorabmessungen sind.
Neben der Existenz von ω_{krit} lassen sich noch weiterreichende Konsequenzen mit geometrischer Relevanz ableiten. Man betrachte z. B. bei konstantem Anodenvolumen V und gegebener Nennkapazität C_N die Variation des Seitenlänge/Höhenverhältnisses τ_{quadr} in Bild 1. Der Einfachheit halber wird beim Quader eine quadratische Grundfläche angenommen. Für den Zylinder setzt man zweckmäßig $\tau_{zyl}=2R/H$ an.

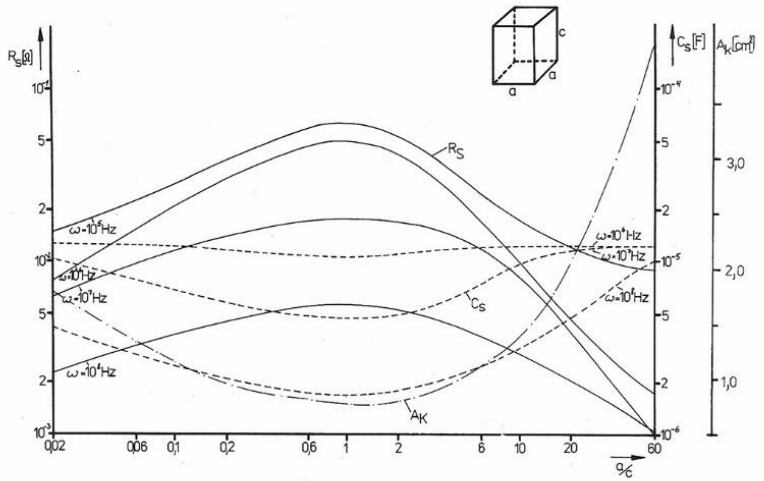


Bild 1:
Serienkapazität C_s (—), Serienwiderstand R_s (- - -) und Katodenkontaktfläche A_k (- · -) in Abhängigkeit vom Seitenlänge/Höhenverhältnis $\tau=a/c$ bei konstantem quaderförmigen Anodenvolumen.

Die Abhängigkeiten des Serienersatzwiderstandes R_s und der Serienersatzkapazität C_s sind über $\tau_{quadr}=a/c$ dargestellt. Es ergeben sich folgende Aussagen:
- Bei $\tau_{quadr}=1$, d. h. $a=c$, treten Extremwerte auf. R_s besitzt ein Maximum, C_s dagegen ein Minimum.
- Die Kurven verlaufen unsymmetrisch bezüglich $\tau_{quadr}=1$.
- Es sinken die R_s- und C_s-Beträge mit wachsender Frequenz, wobei insbesondere die Geometrieabhängigkeit von C_s sich stark bei ω_{krit} ausprägt.

Es kann also gesagt werden, daß Bauelemente der Abmessungsverhältnisse $\tau=1$ (Würfelform, bzw. $2R=H$ beim Zylinder) elektrisch die schlechtesten Eigenschaften aufweisen. Lange dünne Anodenformen ($\tau<1$) oder besser scheibenförmige ($\tau>1$) sind anzustreben.
Man kann zeigen, daß diese besseren Eigenschaften auf die Vergrößerung der äußeren, d. h. katodenseitigen, Kontaktierungsoberfläche A_k zurückzuführen sind. Definitionsgemäß ist sie im Modell die Fläche, für die die Randbedingung (3) zutrifft, was in den untersuchten Fällen jeweils der gesamten äußeren Anodenoberfläche entspricht.
Die Abhängigkeit der Oberfläche A_k bei konstantem Volumen $V=a^2c$ bzw. $V=\pi R^2 H$ vom Längenverhältnis τ stellt sich wie folgt dar:
a) zylindrisch

$$A_k = \pi^{1/3} V^{2/3} \left(\tau_{zyl}^{2/3} + 2\tau_{zyl}^{-1/3} \right) \tag{17}$$

b) quaderförmig

$$A_k = 2V^{2/3} \left(\tau_{quadr}^{2/3} + 2\tau_{quadr}^{-1/3} \right) \tag{18}$$

Gleichung (18) wurde ebenfalls in Bild 1 aufgetragen. Man erkennt – wie auch aus (17) – den gleichen unsymmetrisch muldenförmigen Verlauf mit dem Minimum in $\tau_{quadr}=1$ wie bei C_s. Folglich ist C_s dort groß bzw. R_s dort klein, wo A_k groß ist und umgekehrt.
Werden Kondensatoren mit zylindrischen und quaderförmigen Anoden ($V_{zyl}=V_{quadr}$, $\tau_{zyl}=\tau_{quadr}$) miteinander verglichen, so zeigt der quaderförmige bessere elektrische Eigenschaften wie der zylindrische. Auch dies ist begründet durch die größere Kontaktoberfläche der quaderförmigen Anode, was sich leicht unter obigen Voraussetzungen nachweisen läßt.
Es ist auch der Fall interessant, bei dem bei konstantem A_k das Abmessungsverhältnis τ der Anode verändert wird. Hierbei variiert natürlich das Anodenvolumen τ-abhängig und besitzt

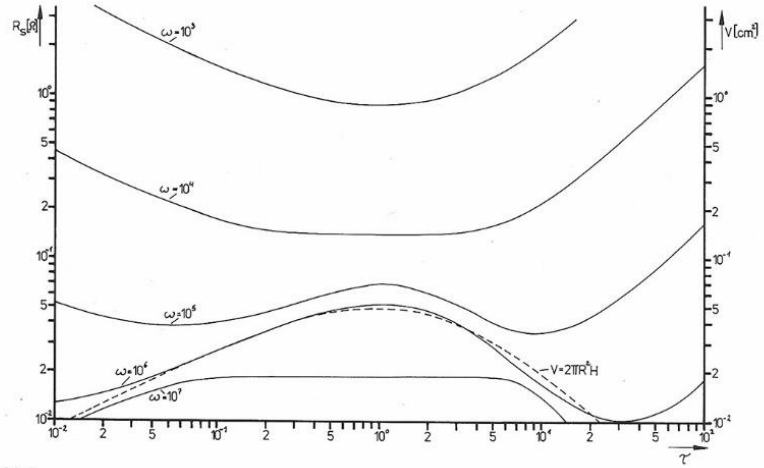


Bild 2:
Serienwiderstand R_s in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis $\tau=2R/H$ für eine zylindrische Anode bei konstanter Oberfläche $A_k=0,76\ cm^2$.

für $\tau=1$ ein Maximum, wie Bild 2 z. B. für den zylindrischen Fall mit $A_{k,zyl}=0,76\ cm^2$ zeigt. Aus der dargestellten τ-Abhängigkeit von R_s ersieht man, daß diese Charakteristik mit der von V nicht vollständig korreliert. Die Kurvendiskussion führt man zweckmäßig in Verbindung mit dem in Bild 3 (aus /2/) dargestellten Frequenzverlauf des normierten Serienwiderstandes R_s^* durch.

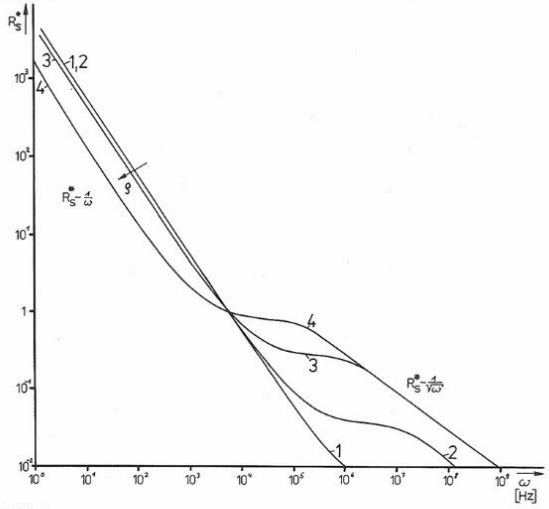


Bild 3:
Normierter Serienwiderstand $R_s^*=R_s/R_s\,(1\ kHz)$ in Abhängigkeit von der Frequenz ω mit $\rho=10^{-2}\,(1)$, ..., $10\ \Omega cm$ (4) als Parameter; äußere Kontaktoberfläche $A_k=0,76\ cm^2$.

Für $\omega<10^3\ Hz$, wo $R_s^*\sim 1/\omega$ gilt, besitzt $R_s\,(\tau)$ bei $\tau=1$ ein ausgeprägtes Minimum. Mit wachsendem ω bilden sich sogar drei Extremwerte aus: Zwei Minima bei $\tau<1$ und $\tau>1$; aus dem Minimum im Punkt $\tau=1$ entsteht ein lokales Maximum. Besonders deutlich wird dies für $\omega>10^5\ Hz$. Im Bereich $\omega>10^6\ Hz$, d. h. wo $R_s^*\sim 1/\sqrt{\omega}$, wird das lokale Maximum von $R_s(\tau)$ zum ausgeprägten Plateau. Das bedeutet, daß für sehr hohe Frequenzen und praktisch relevante τ-Werte $R_s(\tau)$ nahezu konstant ist. Weiterhin fällt die Unsymmetrie um $\tau=1$ auf. R_s ist bei $\tau>1$ stärker τ-abhängig als bei $\tau<1$.

Zum Serienverlustfaktor (Bild 4) ist festzustellen, daß er sich mit wachsender Frequenz vergrößert, bei $\tau=1$ ein Maximum besitzt und für sehr hohe Frequenzen im praktisch relevanten τ-Bereich nahezu unabhängig von den äußeren Anodenabmessungen wird.

C_s wurde nicht dargestellt, doch nimmt die Serienkapazität selbstverständlich bei maximalem Volumen $(\tau=1)$ den Größenwert an und fällt dann entsprechend der Volumenabnahme. Das gilt jedoch nur für $\omega>\omega_{krit}$.

Als wesentliche Schlußfolgerung aus den obigen Untersuchungen zur Geometrieabhängigkeit hat sich herausgestellt, daß für das Bauelement eine große Kontaktoberfläche anzustreben ist. Alle bisherigen Aussagen bezogen sich auf die äußere geometrische Oberfläche, d. h., auf die katodenseitige Kontaktierung, weil dafür die konkrete Randbedingung (3) festgelegt worden ist. Analoge Betrachtungen gelten jedoch prinzipiell auch für die anodenseitige Kontaktierung.

In diesem Fall ist als zusätzliche Randbedingung $U=0$ auf dem Anodenanschlußdraht zu setzten und die Lösung von (1) bzw. (10) aufzusuchen. Auch dort zeigt sich die entsprechende günstige Auswirkung auf die elektrischen Parameter, wenn die Kontaktfläche möglichst groß gewählt wird.

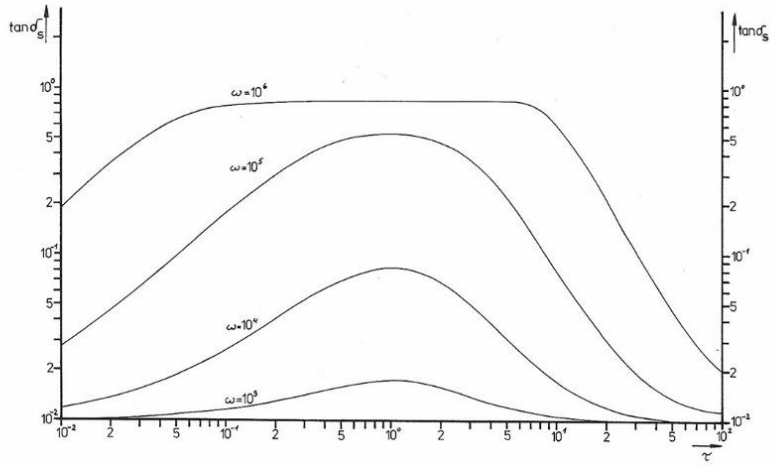


Bild 4:
Serienverlustfaktor $tan\ \delta_s$ in Abhängigkeit vom Abmessungsverhältnis $\tau=2R/H$ für eine zylindrische Anode bei konstanter Oberfläche A_k=0,76 cm².

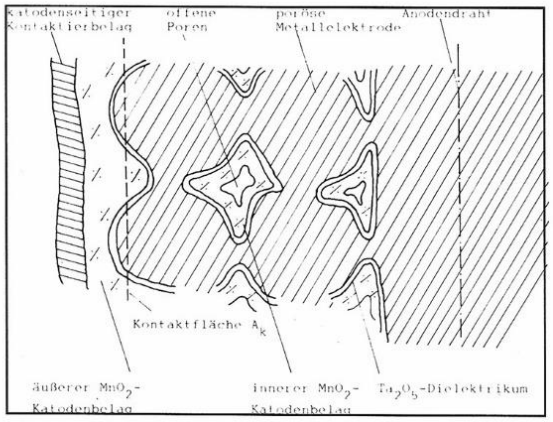


Bild 5:
Struktur der beschichteten porösen Anode (schematisch).

An dieser Stelle ist eine Bemerkung zum effektiven spezifischen Widerstand der Elektroden- und Kontaktmaterialien angebracht. Es ist hauptsächlich technologisch bedingt, daß auf beiden Seiten sehr unterschiedliche Materialien bzw. Materialkombinationen zum Einsatz kommen. Anhand von Bild 5, das stark schematisch die Kondensatorkonstruktion beschreibt, sieht man den Anodendraht als eigentlichen Anodenkontakt in metallischer Verbindung zur porösen Metallelektrode des Kondensators.

Die sogenannte inneren Manganoxidschicht – sie besteht aus halbleitendem Material /1/ – spannt im Porenraum die Katodenelektrode auf. Im Bild ist die Kontaktfläche im Sinne der Randbedingung (3) gestrichelt angedeutet. Bei dieser Lage des Randes ist die sogenannte äußere Manganoxidschicht der Katodenkontakt. Es ist nun leicht einzusehen, daß in ρ_{eff} sowohl der spezifische Widerstand der katodischen Halbleiterelektrode ρ_H als auch der der metallischen Anodenelektrode ρ_M eingehen. Im allgemeinen gilt $\rho_H >> \rho_M$ /1/. In diesem Fall wird der Betrag der Anodenkontaktfläche keine Rolle spielen und alle Schlußfolgerungen aus der Theorie werden sich auf A_k beziehen. Sind jedoch ρ_H und ρ_M von etwa gleicher Größenordnung, dann wird auch die Größe der Anodenkontaktfläche A_A bedeutsam.

Aus diesen Überlegungen heraus erscheint es notwendig, sich der Kontaktflächenproblematik in den Folgeabschnitten getrennt zuzuwenden, um u. a. technologisch relevante Schlußfolgerungen abzuleiten.

2. Untersuchungen zur Vergrößerung der Katodenkontaktfläche

Eine große Katodenkontaktfläche läßt sich unterschiedlich realisieren. Bild 6 zeigt einige Beispiele.

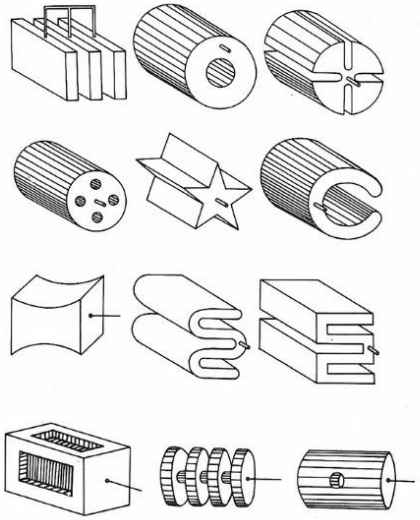


Bild 6:
Konstruktive Möglichkeiten zur Vergrößerung der Katodenkontaktfläche.

Bohrungen, Aussparungen, Schlitze, Nuten, Stapelungen, Faltungen geben eine beträchtliche technologische Vielfalt, wenn auch nicht jede Variante praktisch sinnvoll ist. Einige der in Bild 6 zusammengefaßten Strukturen findet man in der Zeitschriften- und Patentliteratur (z. B. /4/) gelegentlich erwähnt, wobei ausschließlich experimentell-empirische Überlegungen zugrunde liegen.

Der geschlitzte zylindrische Kondensator dient bei eigenen experimentellen und theoretischen Untersuchungen als Modellgrundlage zur Bewertung der Auswirkungen einer Oberflächenvergrößerung auf die elektrische Bauelementefunktion.

Für das Experiment wurden Anoden einer Charge mit und ohne Schlitz nach Standardtechnologie /5/ zu Kondensatoren verarbeitet. Bild 7 zeigt das Meßergebnis für die auf den Meßwert bei 75 Hz normierte Serienkapazität in Abhängigkeit von der Frequenz f. Deutlich ist das verbesserte Frequenzverhalten ($f_{krit,g} > f_{krit,u}$) des geschlitzten Kondensators abzulesen.

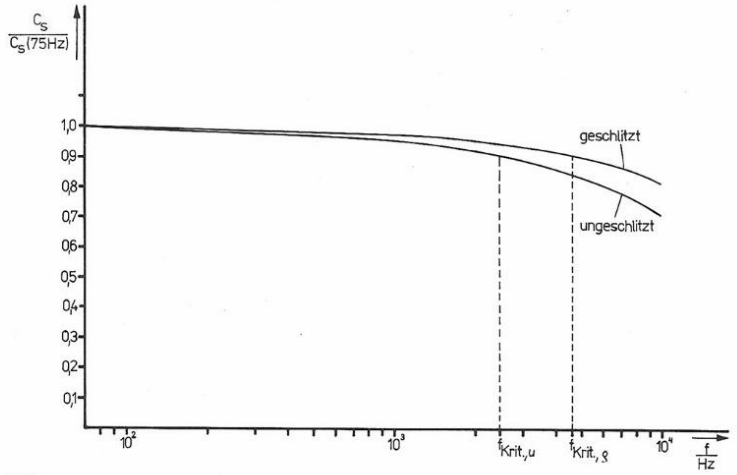


Bild 7:
Meßergebnisse an geschlitzten und ungeschlitzten Kondensatoren:
Serienkapazität C_s in Abhängigkeit von der Frequenz

Für die theoretischen Untersuchungen wird ein zylindrischer Kondensator mit einer keilförmigen Aussparung mit dem Winkel α, die nicht bis auf den Anodenanschlußdraht reicht, betrachtet, siehe Bild 8.

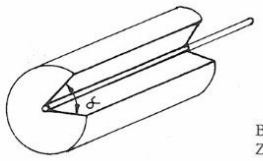


Bild 8:
Zylindrische Anode mit einer keilförmigen Aussparung.

Auf Grund der Winkelabhängigkeit lautet die Differentialgleichung für das komplexe Potential U nun:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=j\omega\rho c\, U \tag{19}$$

in

$$G=\left\{(r,\, z): r_0 \le r \le R, |\varphi| \ge \alpha, 0 \le z \le H\right\}. \tag{20}$$

Als Randbedingung formuliert man zweckmäßig

$$\begin{aligned} U|_{Mantel} &= U_0, \\ U|_{Schlitz} &= U_0, \\ U|_{Draht} &= 0 \end{aligned} \tag{21}$$

Wie eigene Untersuchungen ergaben, ist dieses Problem (19) – (21) nicht mehr analytisch lösbar. Es gelingt jedoch, eine Lösung stückweise analytisch mittels Näherungsausdrücke für kleine und große Kreisfrequenzen zu finden /6/. Den Gesamtverlauf der C_s-, R_s, $tan\,\delta_s$-Kurven erhält man durch stetigen Anschluß.

Als wesentliche Ergebnisse der theoretischen Betrachtungen ergeben sich folgende Aussagen:

- für kleine ω ergeben sich Abweichungen nur durch den beim Schlitzen erlittenen Volumenverlust im Vergleich zum Vollzylinder (geringere Ausgangskapazität).
- es ist $\omega_{krit,\,g} > \omega_{krit,\,u}$, was gleichbedeutend ist mit einer erhöhten Frequenzstabilität (Ausdehnung des Plateaus zu höheren ω) der Kapazität des geschlitzten Kondensators.
- für ω oberhalb der kritischen Frequenz ω_{krit} ist

  $\tan \delta_{geschl.} < \tan \delta_{ungeschl.}$

  $R_{s,\,geschl.} < R_{s,\,ungeschl.}$
- für sehr große ω gilt für die Impedanz:

$$Z=\frac{\rho}{j\sqrt{\omega\rho c}\, A}, \tag{22}$$

A – Katodenkontaktierungsfläche.

Die wichtige Aussage im zweiten Anstrich steht somit in guter qualitativer Übereinstimmung mit dem Experiment (s. Bild 7).

3. Untersuchungen zur Vergrößerung der Anodenkontaktfläche

Bild 9 zeigt Möglichkeiten zur Realisierung der Kontaktflächenvergrößerung. Es kommt gemäß Bild 5 auf eine möglichst großflächige Verbindung zwischen Anschlußelement (z. B. Draht, Blech) und porösem Anodenkörper an.

Für den Fall *a* in Bild 9 gibt /7/ folgende Meßwerte im Vergleich zu herkömmlich mit einem geraden Anschlußdraht kontaktierten Kondensatoren an:

	elektrische Parameter					
	$Z\,(\Omega)$		$C_s\,(\mu F)$		$tan\,\delta_s\,(\%)$	
Meßfrequenz	A[1)]	B[1)]	A	B	A	B
50 Hz	–	–	65	64	3,1	2,8
20 kHz	0,36	0,30	–	–	–	–
100 kHz	0,24	0,16	36	42	70	45
200 kHz	0,24	0,16	–	–	–	–

[1)] A herkömmliche Konstruktion, B Konstruktion gemäß 9a

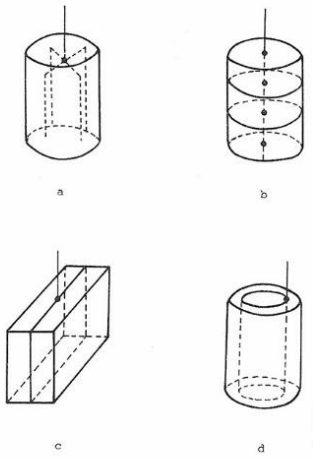


Bild 9:
Konstruktive Möglichkeiten zur Vergrößerung der Anodenkontaktfläche

Wie man vor allem anhand der C_s-Meßwerte bei 100 kHz abliest, wird eine deutliche ω_{krit}-Erhöhung festgestellt.

Zur qualitativen Analyse ist es auch hier von Vorteil, über ein theoretisches Modell zu verfügen. Es würde den Rahmen dieses Beitrages sprengen, wollte man auf alle Details eingehen. Nachfolgend soll nur ein möglicher Lösungsansatz kurz skizziert werden.

Ausgegangen wird von einer quaderförmigen Anode mit variabler Lage und Größe der Anodendrähte. Der Einfachheit halber wird das Problem zweidimensional und mit einem durchgehenden Draht behandelt. Dann lautet gemäß Abschnitt 1 die Differentialgleichung für das komplexe Potential U:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=j\omega\rho c\, U, \tag{23}$$

mit der Randbedingung

$$\begin{aligned} U&=U_o, \quad \text{auf dem äußeren Kondensatorrand und} \\ U&=0, \quad \text{auf dem Draht,} \end{aligned} \tag{24}$$

siehe dazu Bild 10.

Es muß an dieser Stelle betont werden, daß das Problem nicht mehr analytisch lösbar ist, wie z. B. der zylindersymmetrische Fall mit Anschlußdraht, sondern numerische Methoden angewandt werden müssen.

Entsprechend dem Superpositionsprinzip wird folgender Ansatz gemacht:

$$U(x,y) = U_1(x,y) + U_2(x,y), \tag{25}$$

wobei U_1 und U_2 die Differentialgleichung (23) erfüllen und folgenden Randwerten genügen:

$$\begin{aligned} U_1(0,y) &= U_o, \quad 0 < y < b_3, \\ U_1(a_3,y) &= U_o, \quad 0 < y < b_3, \\ U_1(x,0) &= 0, \quad 0 \le x \le a_3, \\ U_1(x,b_3) &= 0, \quad 0 \le x \le a_3, \\ U_1(x,y) &= 0, \quad \textit{auf dem Draht} \end{aligned} \tag{26}$$

und

$$
\begin{aligned}
U_2(x,0) &= U_o,\ 0 < x < a_3,\\
U_2(x,b_3) &= U_o,\ 0 < x < a_3,\\
U_2(0,y) &= 0\ ,\ 0 \le y \le b_3,\\
U_2(a_3,y) &= 0\ ,\ 0 \le y \le b_3,\\
U_2(x,y) &= 0\ ,\ \textit{auf dem Draht.}
\end{aligned}
\tag{27}
$$

Im folgenden genügt es, zur Bestimmung der Potentialverteilung U ein numerisches Verfahren zur Lösung des Randwertproblems (23) und (26) für $U_1(x,y)$ anzugeben.

In Bild 11 ist der Kondensator in die Gebiete A, B, C und D unterteilt, wobei $U_{1A}, \ldots, U_{1D}$ die Potentialverteilungen in den entsprechenden Teilgebieten bezeichnen.

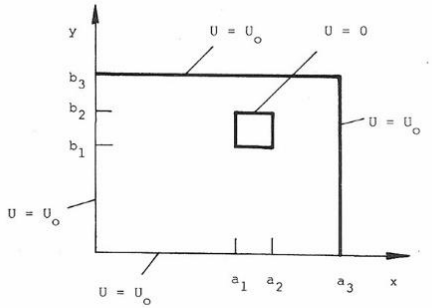


Bild 10:
Zweidimensionales Modell eines Kondensators mit durchgehendem Anodenanschlußdraht.

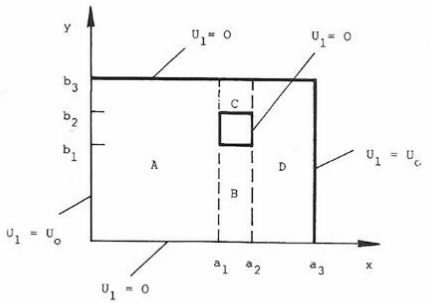


Bild 11:
Kondensatorgeometrie mit eingezeichneten Randwerten und Teilgebieten für das Potential $U_1(x,y)$.

Mittels der Fourier-Methode kann nun $U_1(x,y)$ als Reihenentwicklung dargestellt werden. So gilt z. B. für U_{1A}:

$$
U_{1A}(x,y) = \frac{4}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\sin((2j-1)/b_3)\pi y}{2j-1}\left[A_j e^{q_A x} + (U_o - A_j)e^{-q_A x}\right]
$$

$$
q_A = \left[\left[\frac{(2j-1)\pi}{b_3}\right]^2 + k^2\right]^{1/2}
\tag{28}
$$

Für die Potentialverteilungen $U_{1B}, \ldots, U_{1D}$ gelten analoge Ausdrücke.

In Gleichung (28) bezeichnen A_j die vorerst unbekannten komplexen Entwicklungskoeffizienten der Fourier-Reihe.

An den Trennflächen $x = a_1$ und $x = a_2$ müssen nun die Stetigkeit des komplexen Potentials und der elektrischen Feldstärke $E = -\,grad\,U$ erfüllt sein. Das führt zu folgenden Bedingungen, z. B. an der Trennstelle $x = a_1$:

$$
U_{1A}(a_1,y) = \begin{cases} U_{1B}(a_1,y\ , & 0 \le y < b_1 \\ 0 & , b_1 \le y \le b_2 \\ U_{1C}(a_1,y), & b_2 < y \le b_3 \end{cases}
\tag{29}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial x}U_{1A}(x,y)\Big|_{x=a_1} = \frac{\partial}{\partial x}U_{1B}(x,y)\Big|_{x=a_1},\ 0 \le y < b_1
\tag{30}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial x}U_{1A}(x,y)\Big|_{x=a_1} = \frac{\partial}{\partial x}U_{1C}(x,y)\Big|_{x=a_1},\ b_2 < y \le b_3
\tag{31}
$$

An der Trennstelle $x = a_2$ gilt entsprechendes.

Zur Berechnung der unbekannten Entwicklungskoeffizienten wird $U_{1A}(x,y)$ an der Trennstelle $x = a_1$ betrachtet (Gleichung (28)), mit den Eigenfunktionen aus dem Gebiet A multipliziert und über das Intervall $[0,b_3]$ integriert.

Nach Einsetzen von (29) in den somit erhaltenen Ansdruck und unter Berücksichtigung der hier nicht aufgeführten Potentialverteilungen der Teilgebiete B und C erhalten wir eine Gleichung zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten.

Führen wir das Verfahren fort, so erhalten wir 6 Gleichungen für die 6 unbekannten unendlichen Systeme von Entwicklungskoeffizienten.

Werden die Fourier-Reihen nach einer endlichen Anzahl von Gliedern abgebrochen, so führt die Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten auf ein endlichdimensionales lineares Gleichungssystem.

Sind die Entwicklungskoeffizienten durch numerische Lösung des Gleichungssystems bekannt, so kann die Potentialverteilung $U_1(x,y)$ angegeben werden.

$U_2(x,y)$ erhält man durch Vertauschen von x, a_1, a_2, a_3 mit y, b_1, b_2, b_3.

Aus Gleichung (25) wird nun durch Gradientenbildung und anschließender Integration über die äußere Oberfläche S des Kondensatorvolumens der Gesamtstrom I_{ges} berechnet. I_{ges} ist der Strom, der durch die Kondensatorkontaktierung hindurchfließt:

$$
I_{ges} = \frac{1}{\rho}\iint_S grad\ U\ \vec{dA}
\tag{32}
$$

Aus der Eingangssimpedanz

$$Z = \frac{U_0}{I_{ges}} \tag{33}$$

sind alle elektrischen Größen, wie Serienkapazität C_s, Serienwiderstand R_s, der Verlustfaktor $tan\delta_s$ usw. ableitbar.
Abschließend sei bemerkt, daß das hier angegebene numerische Verfahren gegenüber anderen einige Vorteile besitzt. Aus der Kenntnis der Entwicklungskoeffizienten kann durch analytische Berechnungen direkt der Gesamtstrom I_{ges} und somit die Eingangsimpedanz Z angegeben werden, was Parameteruntersuchungen (z. B. Einfluß von $\omega, \rho, c,$ usw.) erheblich vereinfacht. Bei der Anwendung z. B. eines Differenzenverfahres wird das Potential U auf gewissen Gitterpunkten der Kondensatorstruktur berechnet. Erst durch weitere numerische Verfahren wird die eigentlich interessierende Eingangsimpedanz Z erhalten. Das wirkt sich natürlich nachteilig auf die Genauigkeit der Ergebnisse aus.
Die numerischen Erzeugnisse zeigen auch hier, daß eine Kontaktflächenvergrößerung zur Verbesserung der elektrischen Parameter führt.

4. Schlußfolgerungen

Die 3D-Kontinuumstheorie hat sich als sehr gut geeignetes Mittel zur Modellierung der Frequenzabhängigkeit der Bauelementeparameter unter Einbeziehung der Geometrie von Kondensatoren erwiesen.
Wesentlich ist die Erkenntnis, daß die geometrischen Verhältnisse mit wachsender Betriebsfrequenz an Einfluß gewinnen. Es sind dies vor allem die äußeren geometrischen Abmessungen der porösen Elektrode und die Größe der Kontaktfläche von Anode bzw. Katode.
Das Auftreten der kritischen Frequenz ist ein physikalisch interessanter Effekt. Es läßt sich zeigen, daß das Potential bei großen Frequenzen $(\omega > \omega_{krit})$ nur in einer Randschicht der Dicke δ von Null verschieden ist, d. h., nur die äußeren Zonen der porösen Elektrode sind kapazitiv wirksam.
In /6/ wurde dafür folgender Ausdruck hergeleitet:

$$\delta = (2/c\rho\omega)^{1/2}. \tag{34}$$

Insgesamt kann eingeschätzt werden, daß die 3D-Modellierung viele Ansätze zur Funktionsoptimierung von Kondensatoren mit porösen Elektroden liefert.

Literatur

/1/ L a n g e r, H.-D.: Festkörperelektrolytkondensatoren. Akademie-Verlag, Berlin1982
/2/ D ö r i n g, H.-U.; L a n g e r, H.-D.: Mehrdimensionale Behandlung der Bauelementefunktion von Elektrolytkondensatoren mit poröser Anode. Nachrichtentechnik/Elektronik 33 (1983) 4, S. 168-171
/3/ L a n g e r, H.-D.; D ö r i n g, H.-U.: Zum Problem der kritischen Frequenz von Kondensatoren. Berichtsband zur 3. Fachtagung "Kondensatoren in Forschung und Praxis", Karl-Marx-Stadt 1985, S. 93-99
/4/ GB PS 1076460
/5/ L a n g e r, H.-D.: Grundlagen der Bauelementefunktion und der Technologie von Festkörper-Elektrolytkondensatoren. Dissertation B, TH Karl-Marx-Stadt 1978
/6/ B a r t h e l, W.: Über ein Modell eines Elektrolytkondensators mit poröser Anode. Dissertation A,TU Karl-Marx-Stadt 1986
/7/ SU PS 974432

(Eingang: 14. 05. 1991)

Autoren: Doz. Dr. rer. nat. habil. Hans-Dieter Langer, Technische Universität Chemnitz, Fachbereich Elektrotechnik, Lehrstuhl Halbleiterbauelemente, PSF 964, Chemnitz O-9022
Dipl.-Math. Hans-Ulrich Döring, Burgstädter Str. 2, Göritzhain O-9291